

767. На один грузовик можно погрузить 3 т груза. Сколько надо грузовиков, чтобы перевезти 28 т?

Задача от мудрой совы

768. В 5 классе учатся 35 учеников. Смогут ли каждый ученик этого класса обменяться открытками с пятью своими одноклассниками?

§ 29. Смешанные числа

Число $\frac{19}{7}$ можно представить в виде суммы двух дробей, например так: $\frac{19}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7}$. Поскольку $\frac{14}{7} = 2$, то $\frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$.

Аналогично можно записать: $\frac{21}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = 4 + \frac{1}{5}$.

Каждую из неправильных дробей $\frac{19}{7}$ и $\frac{21}{5}$ мы записали в виде суммы натурального числа и правильной дроби.

Так можно записать *любую* неправильную дробь, у которой числитель больше знаменателя.

Такие суммы, как $2 + \frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5}$, принято записывать так: $2 + \frac{5}{7} = 2\frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$. Число $2\frac{5}{7}$ читают: «две целых пять седьмых», число $4\frac{1}{5}$ читают: «четыре целых одна пятая».

Число $2\frac{5}{7}$ называют **смешанным числом**. В смешанном числе $2\frac{5}{7}$ натуральное число 2 называют **целой частью** смешанного числа, а дробь $\frac{5}{7}$ — его **дробной частью**.

Дробная часть смешанного числа — это правильная дробь.

Вот ещё примеры смешанных чисел: $4\frac{1}{5}$, $1\frac{3}{10}$, $9\frac{5}{8}$.

Отметим, что, например, числа $5\frac{7}{3}$, $1\frac{11}{10}$, $3\frac{7}{7}$ смешанными не являются, поскольку дроби $\frac{7}{3}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{7}$ не являются правильными.

Научимся записывать неправильную дробь в виде смешанного числа, т. е. выделять (находить) его целую и дробную части.

194

Рассмотрим, например, число $\frac{22}{5}$. Имеем: $\frac{22}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}$. А как узнать, что число 22 следует представить именно так: $22 = 20 + 2$?

Если выполнить деление с остатком числа 22 на число 5, то получим $22 = 4 \cdot 5 + 2$, где число 4 — неполное частное, число 2 — остаток, т. е. $22 = 20 + 2$.

Заметим, что число 4 и есть целая часть смешанного числа, а число 2 — числитель его дробной части.

Чтобы неправильную дробь, числитель которой нацело не делится на знаменатель, преобразовать в смешанное число, надо числитель разделить на знаменатель; полученное неполное частное записать как целую часть смешанного числа, а остаток — как числитель его дробной части.

Любую неправильную дробь, у которой числитель нацело не делится на знаменатель, можно представить в виде смешанного числа.

Если числитель неправильной дроби делится нацело на знаменатель, то эта дробь равна натуральному числу. Например: $\frac{28}{7} = 4$, $\frac{63}{9} = 7$, $\frac{17}{17} = 1$.

Пример 1. Преобразуйте неправильную дробь $\frac{212}{13}$ в смешанное число.

Решение. Разделим числитель дроби на знаменатель:

2	1	2	1	3
1	3		1	6
		8	2	
		7	8	
			4	

Неполное частное 16 — это целая часть числа, а остаток 4 — числитель дробной части. Следовательно, $\frac{212}{13} = 16\frac{4}{13}$.

Преобразуем смешанное число $7\frac{2}{3}$ в неправильную дробь. Запишем:

$$7\frac{2}{3} = 7 + \frac{2}{3} = \frac{21}{3} + \frac{2}{3} = \frac{21+2}{3} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{23}{3}.$$

195

Чтобы преобразовать смешанное число в неправильную дробь, надо целую часть числа умножить на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части; эту сумму записать как числитель неправильной дроби, а в её знаменатель записать знаменатель дробной части смешанного числа.

Например: $5\frac{4}{9} = \frac{5 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{49}{9}$.

Отметим, что свойства сложения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел:

$$a + b = b + a \text{ — переместительное свойство сложения,} \\ (a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сочетательное свойство сложения}$$

Воспользовавшись этими свойствами, найдём сумму $4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7}$.

$$\text{Имеем: } 4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7} = \left(4 + \frac{2}{7}\right) + \left(2 + \frac{3}{7}\right) = (4 + 2) + \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) = 6 + \frac{5}{7} = 6\frac{5}{7}.$$

Чтобы сложить два смешанных числа, надо отдельно сложить их целые и дробные части.

Пример 2. Выполните сложение $3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9}$.

Решение. Имеем: $3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9} = 8\frac{11}{9} = 8 + \frac{11}{9} = 8 + 1\frac{2}{9} = 9\frac{2}{9}$.

Научимся вычитать смешанные числа, дробные части которых имеют равные знаменатели. Если дробная часть уменьшаемого больше или равна дробной части вычитаемого, то можно воспользоваться следующим правилом.

Чтобы найти разность двух смешанных чисел, надо из целой и дробной частей уменьшаемого вычесть соответственно целую и дробную части вычитаемого.

Например: $8\frac{19}{20} - 6\frac{12}{20} = (8 - 6) + \left(\frac{19}{20} - \frac{12}{20}\right) = 2 + \frac{7}{20} = 2\frac{7}{20}$.

Пример 3. Выполните вычитание:

1) $1 - \frac{13}{17}$; 2) $5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}$.

196

решение. 1) Поскольку число 1 можно записать в виде дроби $\frac{17}{17}$, то получаем: $1 - \frac{13}{17} = \frac{17}{17} - \frac{13}{17} = \frac{4}{17}$.

2) Обратим внимание, что дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, поэтому приведённым правилом воспользоваться нельзя. «Подготовим» уменьшаемое к вычитанию так: $5\frac{4}{13} = 5 + \frac{4}{13} = (4 + 1) + \frac{4}{13} = 4 + \left(\frac{13}{13} + \frac{4}{13}\right) = 4\frac{17}{13}$. Имеем: $5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13} = 4\frac{17}{13} - 2\frac{9}{13} = 2\frac{8}{13}$.

- В виде какого числа можно представить сумму натурального числа и правильной дроби?
- Как в записи смешанного числа называют натуральное число? Правильную дробь?
- Какой дробью является дробная часть смешанного числа?
- В каком случае неправильная дробь равна натуральному числу?
- Как неправильную дробь, числитель которой нацело не делится на знаменатель, преобразовать в смешанное число?
- Как смешанное число преобразовать в неправильную дробь?
- Сформулируйте правило сложения двух смешанных чисел.
- Как найти разность двух смешанных чисел?

Решаем устно

1. Сравните значения выражений:

1) $\frac{7}{11} + \frac{10}{11}$ и $\frac{23}{11} - \frac{8}{11}$; 3) $\frac{9}{16} + \frac{8}{16}$ и $\frac{4}{3} - \frac{2}{3}$;
2) $\frac{19}{27} + \frac{13}{27} - \frac{10}{27}$ и $\frac{16}{27} - \frac{7}{27} + \frac{14}{27}$; 4) $\frac{30}{51} + \frac{16}{51} + \frac{4}{51}$ и $\frac{7}{9} + \frac{2}{9}$.

2. Ответом к каким из следующих задач является число $5\frac{5}{6}$?
- Сколько килограммов конфет получил каждый из шести отрядов, между которыми поделили поровну 5 кг конфет?
 - С какой скоростью шёл пешеход, если за 6 ч он прошёл 5 км?
 - Из 6 м ткани сшили пять футболок. Сколько метров ткани пошло на один футрук?
 - Решите уравнение $6x = 5$.

3. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{6} = 3$; 2) $\frac{6}{y} = 3$; 3) $3y = 6$; 4) $6y = 3$.

197

4. Назовите все пары правильных дробей со знаменателем 9, сумма которых равна $\frac{7}{9}$.
5. На обед Пончик съел 42 вареника, из которых $\frac{4}{7}$ составляли вареники с творогом, $\frac{1}{7}$ — вареники с картофелем, а остальные — вареники с вишней. Сколько вареников с вишней съел Пончик?



Упражнения

769. Преобразуйте неправильную дробь в смешанное число:
 $\frac{9}{4}$; $\frac{16}{7}$; $\frac{29}{8}$; $\frac{55}{9}$; $\frac{83}{24}$; $\frac{96}{19}$.
770. Преобразуйте неправильную дробь в смешанное число:
 $\frac{13}{5}$; $\frac{18}{11}$; $\frac{37}{12}$; $\frac{68}{23}$; $\frac{79}{12}$; $\frac{83}{18}$.
771. Запишите частное в виде дроби и выделите из полученной дроби целую и дробную части:
 1) $10 : 6$; 2) $18 : 5$; 3) $23 : 11$; 4) $19 : 6$; 5) $425 : 50$; 6) $55 : 6$.
772. Запишите частное в виде дроби и выделите из полученной дроби целую и дробную части:
 1) $7 : 2$; 2) $9 : 4$; 3) $25 : 8$; 4) $110 : 20$; 5) $327 : 10$; 6) $812 : 81$.
773. Запишите число в виде неправильной дроби:
 $2\frac{4}{7}$; $3\frac{5}{12}$; $4\frac{7}{20}$; $6\frac{11}{24}$; $7\frac{23}{100}$; $10\frac{16}{27}$.
774. Запишите число в виде неправильной дроби:
 $4\frac{3}{8}$; $9\frac{6}{11}$; $3\frac{9}{17}$; $12\frac{5}{6}$; $13\frac{49}{100}$; $8\frac{3}{16}$.
775. Выполните действия:
 1) $8 + \frac{4}{21}$; 2) $5\frac{16}{19} + 3\frac{5}{19}$; 3) $7\frac{7}{16} - 3\frac{3}{16}$; 4) $10\frac{12}{17} + 5\frac{4}{17} - 3\frac{3}{17}$.
776. Выполните действия:
 1) $\frac{14}{93} + 5$; 2) $6\frac{17}{41} + 7\frac{19}{41}$; 3) $24\frac{9}{38} - 17\frac{5}{38}$; 4) $15\frac{7}{10} - 2\frac{4}{10} + 6\frac{1}{10}$.

777. Вычислите:

- 1) $6\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}$; 2) $10\frac{11}{19} + 5\frac{14}{19}$; 3) $2\frac{3}{13} + 2\frac{11}{13}$; 4) $1\frac{5}{8} + 3\frac{7}{8}$; 5) $1 - \frac{3}{11}$; 6) $1 - \frac{13}{40}$; 7) $4 - 1\frac{4}{7}$;
- 8) $10 - 9\frac{3}{10}$; 9) $5\frac{2}{7} - 2\frac{5}{7}$; 10) $14\frac{6}{20} - 8\frac{12}{20}$; 11) $8\frac{3}{14} - 5\frac{9}{14}$; 12) $7\frac{10}{21} - 4\frac{16}{21}$; 13) $14\frac{8}{31} - 6\frac{8}{31}$; 14) $(12\frac{5}{22} + 7\frac{17}{22}) - (13\frac{7}{23} - 9\frac{15}{23})$.

778. Вычислите:

- 1) $7\frac{14}{15} + 2\frac{1}{15}$; 2) $9\frac{24}{27} + 12\frac{13}{27}$; 3) $1 - \frac{12}{19}$; 4) $8 - 3\frac{6}{15}$; 5) $12 - 11\frac{6}{11}$;
- 6) $16\frac{3}{13} - 6\frac{8}{13}$; 7) $13\frac{4}{9} - 2\frac{8}{9}$; 8) $10\frac{7}{16} - 4\frac{12}{16}$; 9) $29\frac{49}{53} - 8\frac{49}{53}$; 10) $(20\frac{16}{25} + 13\frac{9}{25}) - (23\frac{4}{14} + 7\frac{13}{14})$.

779. Решите уравнение:

- 1) $x + 4\frac{4}{19} = 6\frac{2}{19}$; 2) $25 - x = 8\frac{3}{14}$; 3) $32 - x = 9\frac{18}{35}$.

780. Решите уравнение:

- 1) $4\frac{5}{7} - (x - 6\frac{3}{7}) = 2\frac{6}{7}$; 2) $19\frac{28}{34} - (m + 2\frac{29}{34}) = 12\frac{15}{34}$.

781. Решите уравнение:

- 1) $7\frac{7}{30} - (5\frac{11}{30} - y) = 3\frac{19}{30}$; 2) $(x - 1\frac{9}{17}) + 2\frac{14}{17} = 5\frac{5}{17}$.

782. Степан, Иван и Андрей съели арбуз. Степан съел $\frac{2}{9}$ арбуза, Иван — $\frac{4}{9}$. Какую часть арбуза съел Андрей?
783. Мария, Ирина, Елена и Ольга съели торт. Мария съела $\frac{3}{16}$ торта, Ирина — $\frac{5}{16}$, Елена — $\frac{2}{16}$. Какую часть торта съела Ольга?

784. Три тракториста вспахали вместе поле. Бригадир заявил, что одна из них вспахала $\frac{3}{13}$ поля, второй — $\frac{4}{13}$, а третий — $\frac{6}{13}$. Не ошибся ли бригадир?

785. Фермер решил выделить под морковь $\frac{3}{20}$ огорода, под свёклу — $\frac{4}{20}$, под лук — $\frac{6}{20}$, под горох — $\frac{2}{20}$, под картофель — $\frac{7}{20}$. Сможет ли он реализовать свой план?

786. Какое наибольшее натуральное число удовлетворяет неравенству:

- 1) $n < \frac{133}{30}$; 2) $\frac{198}{15} > n$?

787. Какое наибольшее натуральное число удовлетворяет неравенству:

- 1) $n < \frac{206}{13}$; 2) $\frac{324}{16} > n$?

788. Какое наименьшее натуральное число удовлетворяет неравенству:

- 1) $m > \frac{13}{5}$; 2) $\frac{275}{10} < m$?

789. Какое наименьшее натуральное число удовлетворяет неравенству:

- 1) $m > \frac{34}{6}$; 2) $\frac{421}{16} < m$?

790. Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

- 1) $2\frac{1}{3} < \frac{x}{3} < 3\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{5}{12} < \frac{17}{x} < 2\frac{1}{8}$.

791. Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

- 1) $3\frac{11}{15} < \frac{x}{15} < 4$; 2) $3\frac{1}{8} < \frac{25}{x} < 8\frac{1}{3}$.

792. При каких натуральных значениях a является верным неравенство, левая часть которого — неправильная дробь:

- 1) $\frac{20}{a} < 2$; 2) $\frac{4}{a} > a$?

793. При каких натуральных значениях a является верным неравенство $\frac{10}{a} > a$, левая часть которого — неправильная дробь?



Упражнения для повторения

794. Одна из сторон треугольника в 2 раза меньше второй и на 7 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 39 см.

795. Общая площадь трёх крупнейших волжских водохранилищ Куйбышевского, Рыбинского и Волгоградского составляет $14\,197\text{ км}^2$. Площадь Волгоградского водохранилища на $1\,463\text{ км}^2$ меньше площади Рыбинского водохранилища и на $3\,383\text{ км}^2$ меньше площади Куйбышевского водохранилища. Найдите площадь каждого водохранилища.



Задача от мудрой совы

796. Ученики Фёдоров, Сидоров и Петров входили в сборную школы по шахматам. Имена этих учеников были Фёдор, Сидор и Петр. Известно, что фамилия Фёдора не Петров, волос у Сидора рыжий цвета и учится он в 6 классе; Петров учится в 7 классе, а волос у Фёдорова чёрного цвета. Укажите фамилию и имя каждого мальчика.