



Вспоминаем то, что знаем

- Сложите дроби: $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{9}$; $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{9}$.

Открываем новые знания

- Сложите смешанные дроби: $2\frac{2}{13}$ и $3\frac{5}{13}$; $3\frac{8}{9}$ и $4\frac{1}{12}$.
- Как вы рассуждали?



- Как складывают смешанные дроби?
- Можно ли выполнить задание, записав смешанные дроби в виде неправильных дробей?

Отвечаем, проверяем себя по тексту



Сумму смешанных дробей можно найти, записав их в виде неправильных дробей. При этом мы будем действовать так же, как при сложении правильных дробей. Однако в этом случае вычисления могут быть громоздкими, трудоёмкими. Поэтому для удобства вычислений обычно используют другой способ, основанный на свойствах действия сложения.

Вы уже знаете, что для дробей справедливы переместительное и сочетательное свойства сложения:

$$\frac{m}{n} + \frac{k}{b} = \frac{k}{b} + \frac{m}{n}; \quad \left(\frac{m}{n} + \frac{k}{b}\right) + \frac{a}{z} = \frac{m}{n} + \left(\frac{k}{b} + \frac{a}{z}\right).$$

Найдём сумму смешанных дробей, опираясь на эти свойства.

Например: вычислим $2\frac{2}{13} + 3\frac{5}{13}$.

$$2\frac{2}{13} + 3\frac{5}{13} = \left(2 + \frac{2}{13}\right) + \left(3 + \frac{5}{13}\right) = (2 + 3) + \left(\frac{2}{13} + \frac{5}{13}\right) = 5 + \frac{7}{13} = 5\frac{7}{13}.$$

Обычно эти действия записывают короче: $2\frac{2}{13} + 3\frac{5}{13} = 5\frac{7}{13}$.

Чтобы сложить смешанные дроби, можно сложить отдельно целые и отдельно дробные части.

По этому же правилу складываем натуральные числа и смешанные дроби, считая, что натуральное число имеет дробную часть, равную нулю.

Например: $2 + 3\frac{5}{12} = 5\frac{5}{12}$.

При сложении смешанных дробей сумма дробных частей может оказаться неправильной дробью. В этом случае действуем по образцу:

$2\frac{7}{13} + 3\frac{11}{13} = 5\frac{18}{13}$. Запишем неправильную дробь $\frac{18}{13}$ в виде смешанной дроби: $\frac{18}{13} = 1\frac{5}{13}$, тогда $5\frac{18}{13} = 5 + 1\frac{5}{13} = 6\frac{5}{13}$.

Если дробные части смешанных дробей имеют разные знаменатели, то при сложении их нужно привести сначала к общему знаменателю.

Например: вычислим $2\frac{3}{8} + 3\frac{5}{12}$. Приведём дробные части к общему знаменателю 24, тогда $2\frac{3}{8} + 3\frac{5}{12} = 5\frac{19}{24}$.

Вспоминаем то, что знаем

- Найдите разность дробей: $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{9}$; $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{9}$.

Открываем новые знания

- Найдите разность смешанных дробей: $3\frac{5}{17}$ и $2\frac{2}{17}$; $4\frac{1}{12}$ и $3\frac{8}{9}$.
- Как вы рассуждали?



- Как вычитают смешанные дроби?
- Можно ли выполнить задание, записав смешанные дроби в виде неправильных дробей?

Вычитание
смешанных
дробей

Разность смешанных дробей можно найти, записав их в виде неправильных дробей. При этом мы будем действовать так же, как при вычитании правильных дробей. Однако в этом случае вычисления могут быть громоздкими, трудоемкими. Поэтому используют другой способ, без записи смешанных дробей в виде неправильных дробей. Рассмотрим примеры вычитания смешанных дробей.

Пример 1: целая часть уменьшаемого больше, чем целая часть вычитаемого, и дробная часть уменьшаемого больше, чем дробная часть вычитаемого.

$$3\frac{5}{17} - 2\frac{2}{17} = 1\frac{3}{17}. \text{ Сделаем проверку вычислений: } 1\frac{3}{17} + 2\frac{2}{17} = 3\frac{5}{17}.$$

Вычитание выполнено верно.

Пример 2: а) дробные части уменьшаемого и вычитаемого равны; б) целые части уменьшаемого и вычитаемого равны.

$$\text{а) } 3\frac{5}{12} - 2\frac{5}{12} = 1; \quad \text{б) } 3\frac{5}{17} - 3\frac{2}{17} = \frac{3}{17}.$$

$$\text{Сделаем проверку вычислений: а) } 1 + 2\frac{5}{12} = 3\frac{5}{12}; \quad \text{б) } \frac{3}{17} + 3\frac{2}{17} = 3\frac{5}{17}.$$

Вычитание выполнено верно.

Пример 3: целая часть уменьшаемого больше, чем целая часть вычитаемого, а дробная часть уменьшаемого меньше, чем дробная часть вычитаемого. В этом случае в целой части уменьшаемого «занимают» единицу.

$$4\frac{5}{12} - 2\frac{7}{12} = (3 + 1\frac{5}{12}) - 2\frac{7}{12} = (3 + \frac{17}{12}) - 2\frac{7}{12} = 1\frac{10}{12} = 1\frac{5}{6}.$$

В дальнейшем будем вести запись проще:

$$4\frac{5}{12} - 2\frac{7}{12} = 3\frac{17}{12} - 2\frac{7}{12} = 1\frac{10}{12} = 1\frac{5}{6}.$$

Пример 4: а) уменьшаемое – смешанная дробь, вычитаемое – натуральное число; б) уменьшаемое – натуральное число, вычитаемое – смешанная дробь.

$$\text{а) } 4\frac{5}{12} - 2 = 2\frac{5}{12}; \quad \text{б) } 4 - 2\frac{7}{12} = (3 + \frac{12}{12}) - 2\frac{7}{12} = 1\frac{5}{12}.$$

Пример 5: дробные части уменьшаемого и вычитаемого имеют разные знаменатели. В этом случае приводим сначала дробные части к общему знаменателю.

$$3\frac{11}{12} - 2\frac{5}{6} = 3\frac{11}{12} - 2\frac{10}{12} = 1\frac{1}{12}.$$

Сделаем проверку сложением, убедимся, что получился правильный ответ.



1. Расскажите, приводя примеры, как складывают смешанные дроби.

2. Прочитайте смешанную дробь, запишите её в виде суммы целой и дробной частей: а) $5\frac{4}{5}$; б) $120\frac{17}{19}$; в) $30\frac{4}{5}$; г) $16\frac{1}{19}$.

3. Запишите сумму в виде смешанной дроби:

$$\text{а) } 3 + \frac{14}{17}; \quad \text{б) } 12 + \frac{11}{23}; \quad \text{в) } 65 + \frac{1}{3}; \quad \text{г) } 19 + \frac{19}{29}; \quad \text{д) } 15 + \frac{3}{7}; \quad \text{е) } 100 + \frac{99}{100}.$$

4. Рост Серёжи – 1 м и четверть метра. Запишите эту величину в виде смешанной дроби.

5. Запишите неправильную дробь в виде смешанной дроби:

$$\text{а) } \frac{27}{10}; \quad \text{б) } \frac{15}{4}; \quad \text{в) } \frac{9}{5}; \quad \text{г) } \frac{17}{7}; \quad \text{д) } \frac{30}{13}; \quad \text{е) } \frac{45}{11}; \quad \text{ж) } \frac{67}{19}; \quad \text{з) } \frac{128}{15}; \quad \text{и) } \frac{401}{41}.$$

6. Запишите смешанную дробь в виде неправильной дроби:

$$\text{а) } 3\frac{2}{11}; \quad \text{б) } 12\frac{2}{5}; \quad \text{в) } 10\frac{6}{7}; \quad \text{г) } 16\frac{7}{9}; \quad \text{д) } 9\frac{11}{17}; \quad \text{е) } 6\frac{3}{11}; \quad \text{ж) } 21\frac{21}{25}.$$

7. Выполните сложение и представьте результат в виде смешанной дроби:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \frac{7}{15} + \frac{2}{3}; & \text{в) } \frac{11}{12} + \frac{5}{6}; & \text{д) } \frac{5}{12} + \frac{11}{18}; & \text{ж) } \frac{3}{4} + \frac{7}{8}; \\ \text{б) } \frac{4}{9} + \frac{9}{10}; & \text{г) } \frac{5}{6} + \frac{7}{18}; & \text{е) } \frac{21}{25} + \frac{8}{15}; & \text{з) } \frac{16}{45} + \frac{7}{15}. \end{array}$$

8. Выполните сложение:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } 3\frac{4}{9} + 1\frac{2}{9}; & \text{в) } 4\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5}; & \text{д) } 12\frac{3}{10} + 2\frac{7}{10}; & \text{ж) } 6\frac{2}{17} + 3\frac{11}{17}; \\ \text{б) } 3\frac{3}{8} + 1\frac{1}{8}; & \text{г) } 2\frac{3}{5} + 10\frac{2}{5}; & \text{е) } 5\frac{3}{7} + \frac{2}{7}; & \text{з) } 4\frac{7}{8} + 1\frac{1}{8}. \end{array}$$

9. Выполните сложение:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } 3\frac{1}{2} + 1; & \text{в) } 4\frac{3}{5} + 2; & \text{д) } 4 + 1\frac{1}{3}; & \text{ж) } 4\frac{1}{6} + 3\frac{11}{12}; \\ \text{б) } 3\frac{1}{2} + \frac{7}{12}; & \text{г) } 2\frac{3}{10} + \frac{4}{15}; & \text{е) } 5\frac{3}{7} + \frac{9}{14}; & \text{з) } 9\frac{10}{13} + 7\frac{7}{26}. \end{array}$$

10. Выполните сложение:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 1\frac{4}{9} + \frac{5}{9}; & \text{г) } 2\frac{3}{5} + \frac{2}{5}; & \text{ж) } 10\frac{1}{3} + \frac{2}{3}; \\ \text{б) } 3\frac{2}{3} + \frac{2}{3}; & \text{д) } 6\frac{4}{5} + 1\frac{3}{5}; & \text{з) } 5\frac{3}{7} + 5\frac{6}{7}; \\ \text{в) } 2\frac{5}{6} + 3\frac{31}{40}; & \text{е) } 1\frac{9}{10} + 2\frac{11}{15}; & \text{и) } 7\frac{5}{6} + 2\frac{3}{14}. \end{array}$$

11. а) Расскажите, как вычитают правильные дроби, и приведите примеры.
б) Расскажите, как вычитают смешанные дроби, и приведите примеры.

12. Вычислите:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \frac{7}{15} - \frac{2}{15}; & \text{в) } \frac{11}{12} - \frac{5}{12}; & \text{д) } \frac{5}{17} - \frac{1}{17}; & \text{ж) } \frac{7}{8} - \frac{5}{8}; \\ \text{б) } \frac{4}{9} - \frac{2}{15}; & \text{г) } \frac{4}{9} - \frac{5}{12}; & \text{е) } \frac{5}{12} - \frac{4}{15}; & \text{з) } \frac{16}{45} - \frac{2}{15}. \end{array}$$

13. Вычислите:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 1\frac{7}{9} - \frac{5}{9}; & \text{г) } 2\frac{3}{5} - \frac{2}{5}; & \text{ж) } 10\frac{2}{3} - \frac{2}{3}; \\ \text{б) } 1\frac{5}{9} - 1; & \text{д) } 12\frac{3}{5} - 2; & \text{з) } 14\frac{2}{3} - 10; \\ \text{в) } 2\frac{5}{9} - 1\frac{4}{9}; & \text{е) } 4\frac{3}{5} - 3\frac{2}{5}; & \text{и) } 10\frac{2}{3} - 8\frac{1}{3}. \end{array}$$

14. Вычислите:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 1 - \frac{5}{9}; & \text{г) } 1 - \frac{2}{5}; & \text{ж) } 1 - \frac{12}{13}; \\ \text{б) } 10 - \frac{5}{9}; & \text{д) } 12 - \frac{2}{5}; & \text{з) } 11 - \frac{12}{13}; \\ \text{в) } 2\frac{4}{9} - 1\frac{5}{9}; & \text{е) } 3\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5}; & \text{и) } 10\frac{1}{3} - 9\frac{2}{3}. \end{array}$$

15. Вычислите:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 3\frac{11}{18} - 2\frac{1}{5}; & \text{г) } 5\frac{7}{15} - 4\frac{2}{5}; & \text{ж) } 10\frac{10}{13} - 6\frac{3}{10}; \\ \text{б) } 7\frac{4}{21} - 3\frac{4}{21}; & \text{д) } 30\frac{2}{9} - 4\frac{4}{5}; & \text{з) } 21\frac{7}{18} - 1\frac{1}{24}; \\ \text{в) } 12\frac{13}{30} - 3\frac{17}{20}; & \text{е) } 11\frac{7}{12} - 5\frac{20}{21}; & \text{и) } 13\frac{1}{5} - 9\frac{13}{24}. \end{array}$$

16. Вычислите:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 4\frac{5}{8} - 2\frac{5}{9}; & \text{г) } 8\frac{6}{25} - 3\frac{4}{5}; & \text{ж) } 12\frac{2}{15} - 2\frac{1}{5}; \end{array}$$

$$\text{б) } 16\frac{14}{45} - 1\frac{7}{15};$$

$$\text{д) } 5\frac{8}{15} - 4\frac{23}{30};$$

$$\text{з) } 7\frac{4}{13} - 6\frac{3}{26};$$

$$\text{в) } 9\frac{13}{18} - 2\frac{7}{9};$$

$$\text{е) } 5\frac{11}{15} - 5\frac{2}{5};$$

$$\text{и) } 10\frac{10}{13} - \frac{9}{10}.$$

17. Вычислите:

$$\text{а) } 3\frac{1}{8} - 2\frac{2}{3} + \frac{1}{6};$$

$$\text{в) } 4\frac{3}{5} - 2 + \frac{7}{10};$$

$$\text{д) } 3\frac{7}{8} - 2\frac{3}{4} + \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } 3\frac{11}{18} - 1 - \frac{5}{9};$$

$$\text{г) } 2\frac{21}{40} - \left(1\frac{1}{10} + \frac{1}{5}\right);$$

$$\text{е) } 2\frac{8}{15} - \left(1\frac{3}{10} + \frac{3}{5}\right).$$

18. Выразите в километрах: а) 1 км 500 м; б) 3 км 200 м; в) 2 250 м; г) 5 450 м; д) 2 300 м.

19. Выразите в часах: а) 1 ч 20 мин; б) 3 ч 15 мин; в) 2 ч 30 мин; г) 4 ч 24 мин; д) 90 мин; е) 165 мин.

20. Выразите в центнерах: а) 2 ц 50 кг; б) 1 ц 5 кг; в) 165 кг.

21. а) Масса дыни $3\frac{3}{5}$ кг, а масса арбуза $5\frac{7}{8}$ кг. Чему равна масса арбуза и дыни вместе? Выразите ответ в килограммах и граммах.

б) На дорогу от школы до дома Вера тратит $\frac{5}{6}$ часа, а на дорогу от дома до спортивной школы — на $\frac{4}{5}$ часа больше. Сколько времени у Веры занимает дорога от дома до спортивной школы? Выразите ответ в часах и минутах.

в) В магазин привезли $3\frac{7}{10}$ ц картофеля. Двадцать килограммов картофеля продали. Сколько картофеля осталось? Выразите ответ в центнерах.

Задания для самостоятельной работы.

Н Вариант I.

а) Выполните сложение: 1) $1\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$; 2) $2\frac{3}{5} + 3\frac{4}{15}$; 3) $9\frac{1}{9} + 1\frac{8}{9}$.

б) Выполните вычитание: 1) $1\frac{13}{18} - \frac{13}{18}$; 2) $5\frac{11}{15} - 5\frac{8}{15}$; 3) $1\frac{13}{15} - \frac{17}{20}$.

П Вариант II.

а) Вычислите: 1) $3\frac{1}{8} - 2 - \frac{4}{5}$; 2) $4 - \left(2\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right)$.

б) Сравните значения выражений: 1) $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$; 2) $2 - \frac{2}{3} + 3 - \frac{2}{3}$.

Тренировочные упражнения.

Н

12. Отметьте числа $1\frac{4}{5}$, $1\frac{2}{10}$, $2\frac{3}{15}$, $3\frac{4}{20}$ на числовом луче с единичным отрезком, равным 5 клеточкам.

23 Вычислите:

а) $\frac{3}{4} - \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}\right)$; б) $3\frac{1}{8} - \left(2\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right)$; в) $5\frac{1}{8} - \left(2\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{4}$.

24 Сравните значения выражений:

а) $3\frac{1}{8} + \frac{2}{3} = 3\frac{1}{8} + \frac{1}{6}$; б) $3\frac{1}{8} - \frac{2}{3} = 3\frac{1}{8} - \frac{1}{6}$.

25 а) Найдите скорость катера по течению реки и против течения, если собственная скорость катера 12 км/ч, а скорость течения реки $1\frac{1}{5}$ км/ч.

б) Скорость катера по течению реки равна $15\frac{3}{10}$ км/ч, а скорость течения реки $2\frac{3}{4}$ км/ч. Найдите собственную скорость катера и его скорость против течения реки.

в) Бак наполняется через кран за 17 мин. Какая часть бака останется незаполненной, если открыть кран на 2 мин?

П

26 а) Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали две машины. Одна машина может проехать это расстояние за 5 ч, а другая — за 3 ч. Какую часть пути им останется проехать?

б) Два тракториста вспахали поле за 4 дня. Если бы первый трактор работал один, он вспахал бы поле за 6 дней. Какую часть поля вспахивал каждый тракторист за день?

в) Первая и вторая бригады могли бы выполнить задание за 9 дней; вторая и третья — за 18 дней; первая и третья — за 12 дней. За сколько дней это задание могут выполнить три бригады, работая вместе?



М

27 Найдите все дроби со знаменателем 10, которые больше $\frac{5}{9}$, но меньше $\frac{7}{9}$.

Н

28 Выполните сложение:

а) $3\frac{1}{3} + 1$; в) $4\frac{3}{5} + 2$; д) $12 + 2\frac{7}{10}$;
б) $3\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$; г) $7\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$; е) $4\frac{3}{7} + \frac{3}{7}$.

29 Выполните сложение:

а) $3\frac{4}{5} + 1\frac{4}{5}$; в) $8\frac{4}{5} + 2\frac{1}{3}$; д) $\frac{7}{20} + 2\frac{7}{10}$;
б) $1\frac{4}{9} + 7\frac{7}{18}$; г) $12\frac{5}{6} + \frac{4}{15}$; е) $8\frac{3}{7} + 1\frac{9}{14}$.

30 Выполните вычитание:

а) $3\frac{1}{2} - \frac{5}{9}$; в) $1\frac{13}{15} - \frac{2}{5}$; д) $2\frac{3}{10} - \frac{4}{15}$;
б) $1\frac{1}{4} - \frac{1}{3}$; г) $1\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$; е) $3\frac{1}{8} - \frac{1}{6}$.

31 Выполните вычитание:

а) $4\frac{1}{30} - 3\frac{1}{20}$; в) $14\frac{1}{12} - 4\frac{1}{18}$; д) $3\frac{9}{25} - 1\frac{9}{10}$;
б) $13\frac{1}{24} - 1\frac{11}{16}$; г) $13\frac{1}{8} - 10\frac{3}{16}$; е) $16\frac{2}{25} - 12\frac{2}{15}$.

32 Выразите:

а) в миллиметрах: $2\frac{1}{2}$ см; $3\frac{4}{5}$ см; б) в сантиметрах: $1\frac{3}{10}$ м; $4\frac{2}{5}$ м;
в) в метрах: $3\frac{1}{1000}$ км; $1\frac{3}{500}$ км.

33 а) Светлане сшили костюм. На пошив юбки ушло $2\frac{1}{2}$ дня, а на пошив жакета — на $\frac{3}{5}$ дня больше. Сколько дней шили костюм Светлане?

б) Два пешехода вышли одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу. Первый пешеход прошёл до встречи $1\frac{3}{10}$ км, а второй — на $\frac{2}{5}$ км больше. Чему равно расстояние между пунктами А и В?

в) От стоянки до первого светофора автомобиль ехал $\frac{2}{3}$ ч, а до второго светофора — на $\frac{1}{6}$ ч меньше. Сколько времени затратил автомобиль на движение от стоянки до второго светофора, если на первом светофоре он стоял $\frac{1}{30}$ ч?

г) Туристы отправились осматривать достопримечательности, затратив на дорогу туда $2\frac{2}{5}$ ч. Обратный путь у них занял на $\frac{1}{2}$ ч больше. Сколько времени длился осмотр, если на всю экскурсию ушло $6\frac{2}{3}$ ч?

П

34 а) Мастер и ученик сделали партию деталей за 3 ч. Если бы мастер работал один, то он выполнил бы эту работу за 4 ч. Какую часть работы выполнил каждый за 1 ч?

6) Один насос выкачивает воду из бассейна за 6 ч, а другой – за 4 ч. Какая часть бассейна останется заполненной водой после 1 ч их совместной работы?

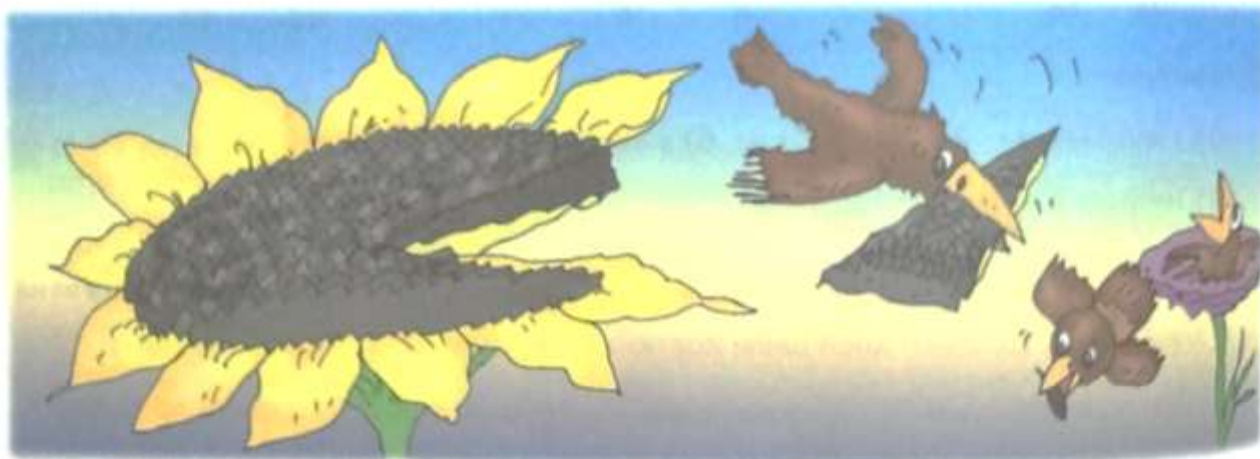


М

- 35 Из пунктов A и B одновременно вышли два пешехода. Они встретились через 40 мин, а через 32 минуты после встречи первый пришёл в пункт B . Через сколько часов после выхода из пункта B второй пешеход пришёл в пункт A ?

6.8

Умножение и деление смешанных дробей



Вспоминаем то, что знаем

- Найдите произведение и частное дробей: $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{3}$.

Открываем новые знания

- Найдите произведение смешанных дробей: $3\frac{5}{12}$ и $2\frac{1}{6}$. Найдите частное смешанных дробей: $3\frac{1}{2}$ и $2\frac{1}{2}$. Как вы рассуждали?



- Как умножают и делят смешанные дроби?
- Можно ли выполнить задание, записав смешанные дроби в виде неправильных дробей?