

ВЫ УЗНАЕТЕ

- Какое число называют смешанной дробью.
- Как складывают и вычитают смешанные дроби.



СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ

Для записи дробных чисел, наряду с правильными и неправильными дробями, используют ещё и так называемые смешанные дроби.

СМЕШАННАЯ ДРОБЬ Решим задачу на знакомый сюжет: 8 яблок надо разделить поровну между тремя братьями. Сколько достанется каждому?

Разрежем каждое яблоко на три равные части и дадим братьям от каждого из восьми яблок по одной такой части. Тогда каждый получит $\frac{8}{3}$ яблока.

Разделим яблоки между братьями по-другому: дадим каждому по 2 яблока и ещё по $\frac{2}{3}$ от каждого из оставшихся. Тогда каждому достанется $2 + \frac{2}{3}$ яблока.

Для такого «комбинированного» числа, которое складывается из натурального числа и дроби, в математике есть специальное обозначение $2\frac{2}{3}$. Числа 2 и $\frac{2}{3}$ просто записывают рядом без знака «плюс». Такую запись называют смешанной дробью. Натуральное число называют целой частью смешанной дроби, а правильную дробь — её дробной частью. Читает смешанную дробь так: две целых и две третьих.

ВЫДЕЛЕНИЕ ЦЕЛОЙ ЧАСТИ ИЗ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СМЕШАННОЙ ДРОБИ В ВИДЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ Решая задачу о братьях и яблоках, мы записали ответ двумя способами: в виде неправильной дроби $\frac{8}{3}$ и в виде смешанной дроби $2\frac{2}{3}$. Они обозначают одно и то же дробное число, т. е. $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$. Таким образом, неправильная дробь представлена в виде смешанной. В таких случаях говорят, что из *неправильной дроби выделили целую часть*.

Пример 1. Выделим целую часть из дроби $\frac{158}{9}$. Выясним, сколько раз знаменатель дроби содержится в числителе. Для этого разделим числитель на знаменатель. Частное равно 17 — это целая часть смешанной дроби; остаток равен 5 — это числитель дробной части. Таким образом,

$$\frac{158}{9} = 17 + \frac{5}{9} = 17\frac{5}{9}.$$

При вычислениях приходится выполнять и обратное преобразование: представлять смешанную дробь в виде неправильной дроби.

Пример 2. Представим в виде дроби число $2\frac{1}{3}$.

Запишем число $2\frac{1}{3}$ в виде суммы натурального числа и дроби и преобразуем её, воспользовавшись правилом сложения дробей:

$$2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3}{1} + \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}.$$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ Складывать смешанные дроби легко. Нужно только помнить, что смешанная дробь — это сумма натурального числа и дроби.

Пример 3. Найдём сумму $2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5}$.

Сложим по отдельности целые и дробные части данных чисел:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5} &= 2 + \frac{1}{3} + 3 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \\ &= 5 + \frac{5+6}{15} = 5 + \frac{11}{15} = 5\frac{11}{15}. \end{aligned}$$

Вычислять разности, в которых одно из чисел или оба являются смешанными дробями, труднее.

Пример 4. Найдём разность чисел $9\frac{2}{7}$ и $3\frac{5}{7}$.

Сначала вычтем из $9\frac{2}{7}$ целую часть числа $3\frac{5}{7}$.

Так как $9\frac{2}{7} - 3 = 6\frac{2}{7}$, то $9\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7} = 6\frac{2}{7} - \frac{5}{7}$.

Чтобы из $6\frac{2}{7}$ вычесть $\frac{5}{7}$, «займём» единицу в целой части числа $6\frac{2}{7}$.

Так как $6\frac{2}{7} = 5 + 1 + \frac{2}{7} = 5 + \frac{9}{7}$,

то $6\frac{2}{7} - \frac{5}{7} = (5 + \frac{9}{7}) - \frac{5}{7} = 5 + \frac{4}{7} = 5\frac{4}{7}$.

Итак, $9\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7} = 5\frac{4}{7}$.

Решение можно записать так:

$$9\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7} = 6\frac{2}{7} - \frac{5}{7} = 5 + \frac{9}{7} - \frac{5}{7} = 5\frac{4}{7}.$$

$$3\frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 1}{5} = \frac{16}{5}$$



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Прочитайте смешанную дробь $5\frac{3}{4}$ и назовите её целую и дробную части.
- На примере дроби $\frac{37}{12}$ покажите, как из неправильной дроби выделить целую часть. Выполните обратное преобразование.
- На примере суммы $3\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5}$ расскажите, как складывают смешанные дроби.
- Объясните, как можно вычислить разность $2\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$.

УПРАЖНЕНИЯ

СМЕШАННЫЕ ДРОБИ

559

Прочитайте смешанную дробь, запишите её в виде суммы целой и дробной частей:

- а) $1\frac{1}{2}$; б) $3\frac{2}{3}$; в) $5\frac{1}{3}$; г) $4\frac{2}{3}$; д) $2\frac{11}{22}$; е) $4\frac{2}{5}$.

560

Запишите сумму в виде смешанной дроби:

- а) $3 + \frac{1}{2}$; б) $7 + \frac{1}{3}$; в) $12 + \frac{1}{11}$; г) $1 + \frac{2}{9}$.

561

Сравните дроби:

- а) $3\frac{1}{2}$ и $4\frac{1}{3}$; б) $4\frac{3}{4}$ и $4\frac{1}{4}$; в) $5\frac{1}{4}$ и $5\frac{1}{3}$; г) $8\frac{2}{3}$ и $8\frac{2}{5}$.

562

Выразите в граммах:

- а) $2\frac{1}{10}$ кг; б) $4\frac{1}{2}$ кг; в) $1\frac{3}{4}$ кг; г) $3\frac{2}{5}$ кг.

Образец. Выразим $3\frac{1}{5}$ кг в граммах.

$3 \text{ кг} = 3000 \text{ г}$, $\frac{1}{5} \text{ кг} = 200 \text{ г}$. Значит, $3\frac{1}{5} \text{ кг} = 3200 \text{ г}$.

ВЫДЕЛЕНИЕ ЦЕЛОЙ ЧАСТИ ИЗ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СМЕШАННОЙ ДРОБИ В ВИДЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ

563

Запишите неправильную дробь в виде смешанной дроби:

- а) $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{53}{6}$, $\frac{40}{9}$;
б) $\frac{20}{8}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{28}{21}$, $\frac{40}{15}$, $\frac{56}{12}$, $\frac{42}{9}$, $\frac{22}{4}$, $\frac{50}{6}$.

564

Между какими последовательными натуральными числами заключено число:

- а) $\frac{13}{4}$; б) $\frac{32}{5}$; в) $\frac{17}{6}$; г) $\frac{14}{3}$?

В каждом случае отметьте это число на координатной прямой.

565

Выполните сложение и представьте результат в виде смешанной дроби:

- а) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8}$; б) $\frac{5}{12} + \frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{4} + \frac{4}{8}$; г) $\frac{4}{15} + \frac{17}{20}$; д) $\frac{15}{12} + \frac{11}{16}$.

566

Запишите смешанную дробь в виде неправильной дроби:

- а) $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3}$, $3\frac{2}{5}$, $4\frac{3}{4}$, $4\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{7}$; б) $2\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{5}$, $6\frac{2}{8}$, $3\frac{4}{9}$, $7\frac{2}{11}$, $5\frac{1}{12}$.

567

- а) Велосипедист проехал 23 км за 2 ч. Какова скорость велосипедиста?
б) Пешеход прошёл 10 км со скоростью 4 км/ч. Сколько часов находился пешеход в пути?

568

Выразите в километрах:

- а) 2 км 400 м, 1 км 750 м, 3 км 250 м, 6 км 200 м;
б) 3200 м, 1450 м, 5500 м, 20 300 м.

Образец. Выразим 3 км 500 м в километрах.

Так как $500 \text{ м} = \frac{1}{2} \text{ км}$, то $3 \text{ км } 500 \text{ м} = 3\frac{1}{2} \text{ км}$.

569

Выразите в часах:

- а) 2 ч 20 мин, 1 ч 30 мин, 3 ч 15 мин, 5 ч 24 мин;
б) 90 мин, 250 мин, 180 мин, 165 мин.

СЛОЖЕНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ

Выполните сложение (№ 570–572):

570

- а) $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}$; в) $4\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}$; г) $3\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3}$; д) $\frac{5}{7} + 5\frac{4}{7}$.

571

- а) $\frac{3}{8} + 2\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{4} + 3\frac{1}{6}$; в) $5\frac{5}{12} + 3\frac{2}{9}$; г) $2\frac{4}{9} + \frac{1}{6}$; д) $4\frac{3}{5} + 10\frac{1}{4}$.

572

- а) $2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3}$; б) $8\frac{3}{5} + 1\frac{9}{10}$; в) $\frac{7}{20} + 8\frac{3}{4}$; г) $3\frac{4}{5} + 1\frac{1}{3}$; д) $12\frac{5}{6} + \frac{4}{15}$.

573

В среду уроки в 5 классе длились $3\frac{1}{3}$ ч, а перемены — $\frac{5}{6}$ ч. Сколько времени пятиклассники находились в школе? Выразите ответ сначала в часах, а затем в часах и минутах.

574

Сшили костюм. На юбку ушло $2\frac{1}{2}$ м ткани, а на пиджак — на $\frac{3}{4}$ м ткани больше. Сколько ткани ушло на костюм?

575

От куска шёлковой ткани отрезали $6\frac{3}{5}$ м, потом ещё $3\frac{3}{10}$ м, после чего осталось $1\frac{1}{2}$ м. Сколько всего метров шёлка было в куске?

576

Запишите последовательность из 10 чисел, у которой первое число равно 1, а каждое следующее — на $\frac{1}{2}$ больше предыдущего. Найдите сумму членов этой последовательности.

577

Вычислите сумму, используя переместительное и сочетательное свойства сложения:

а) $2\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4} + 4\frac{1}{2} + 5\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2}$;
 б) $1\frac{1}{3} + 4\frac{1}{6} + 1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$.

578

Не вычисляя сумму, сравните её с числом 10:

а) $9\frac{9}{10} + \frac{1}{100}$; б) $9\frac{3}{4} + \frac{1}{25}$; в) $9\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$; г) $4\frac{1}{2} + 5\frac{1}{3}$.

ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ

Выполните вычитание (№ 579–584):

579

а) $1 - \frac{1}{3}$; б) $1 - \frac{3}{4}$; в) $1 - \frac{11}{20}$; г) $3 - \frac{1}{2}$; д) $4 - \frac{1}{9}$; е) $5 - \frac{2}{5}$; ж) $6 - \frac{3}{7}$; з) $8 - \frac{2}{3}$.

Образец: $4 - \frac{5}{6} = 3 + 1 - \frac{5}{6} = 3 + \frac{1}{6} = 3\frac{1}{6}$.

580

а) $5\frac{2}{3} - 4$; б) $12\frac{1}{4} - 9$; в) $5\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$; г) $10\frac{8}{9} - \frac{2}{9}$; д) $6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$; е) $7\frac{4}{9} - 1\frac{1}{9}$.

581

а) $5 - 2\frac{1}{2}$; б) $6 - 3\frac{2}{5}$; в) $7 - 5\frac{3}{7}$; г) $8 - 3\frac{3}{4}$; д) $4 - 2\frac{3}{5}$; е) $7 - 1\frac{2}{3}$.

Образец: $6 - 2\frac{1}{2} = 4 - \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$.

582

а) $5\frac{3}{6} - \frac{5}{6}$; б) $2\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$; в) $4\frac{5}{9} - \frac{8}{9}$; г) $3\frac{1}{12} - 1\frac{5}{12}$; д) $6\frac{8}{7} - 5\frac{5}{7}$; е) $4\frac{1}{8} - 3\frac{5}{8}$.

Указание. Используйте в качестве образца пример 4 (с.161).

583

а) $1\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$; б) $1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$; в) $1\frac{1}{8} - \frac{1}{4}$; г) $1\frac{2}{3} - \frac{5}{6}$; д) $2\frac{3}{10} - \frac{4}{15}$.
 Подсказка. Сделайте так, чтобы знаменатели дробей были одинаковыми.

584

а) $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$; б) $4\frac{1}{5} - 2\frac{3}{10}$; в) $7\frac{1}{9} - 4\frac{1}{3}$; г) $2\frac{2}{7} - 1\frac{3}{5}$; д) $6\frac{1}{4} - 3\frac{2}{5}$.

585

а) Из $7\frac{1}{2}$ т картофеля магазин продал $3\frac{1}{4}$ т. Сколько тонн картофеля осталось?

б) В куске было $10\frac{3}{4}$ м материи. Израсходовали на платья $8\frac{1}{2}$ м. Сколько метров материи осталось в куске?

586

От куска проволоки длиной $5\frac{1}{2}$ м отрезали $2\frac{7}{10}$ м проволоки. Сколько метров проволоки осталось? Какой кусок длиннее: отрезанный или оставшийся? На сколько?

587

а) Найдите скорость лодки по течению реки и против течения, если её собственная скорость 8 км/ч, а скорость течения реки $1\frac{1}{2}$ км/ч.

б) Скорость лодки по течению реки равна $17\frac{1}{2}$ км/ч, а скорость течения реки равна $2\frac{3}{4}$ км/ч. Найдите скорость лодки против течения реки.

588

По какому правилу составлена последовательность чисел? Запишите три следующих числа этой последовательности. Найдите сумму всех шести записанных чисел:

а) $5, 4\frac{2}{3}, 4\frac{1}{3}, \dots$; б) $3\frac{1}{2}, 3, 2\frac{1}{2}, \dots$.

589

Вычислите $1 - \frac{1}{2}, 2 - \frac{1}{3}, 3 - \frac{1}{4}, 4 - \frac{1}{5}, \dots$. Продолжите эту цепочку разностей, записав ещё три выражения. Чему равна 100-я разность?

590

Запишите две какие-нибудь смешанные дроби, удовлетворяющие условию:

1) сумма этих дробей равна натуральному числу;
 2) одна дробь больше другой на $1\frac{3}{7}$.

591

Составьте все возможные суммы и разности из чисел $\frac{5}{6}, \frac{8}{9}, \frac{11}{12}$. Найдите их значения.