

УДК 512
ББК 22.1
С98

С 98 Избранные нестандартные задачи по математике.
Часть 4: учеб. пособие / А.И. Сюсюкалов,
Е.А. Сюсюкалова; Рязан. гос. радиотехн. ун-т. –
Рязань, 2018. – 44 с.

Содержит цикл задач по избранным разделам
олимпиадной математики.

Представлены нестандартные задачи по
геометрии, алгебре, логике, теории чисел.

Ил. 22. Библиогр.: 19 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского
совета ФГБОУ ВО «Рязанский государственный
радиотехнический университет».

Рецензент: кафедра высшей математики ФГБОУ ВО
«Рязанский государственный радиотехнический
университет» (канд. физ.-мат. наук С.А. Нелюхин)

УДК 512
ББК 22.1

© ФГБОУ ВО Рязанский государственный
радиотехнический университет, 2018

© МБУ «Центр мониторинга и сопровождения
образования», 2018

Предисловие

Настоящее пособие рекомендуется учащимся старших классов, студентам 1 и 2 курсов, готовящимся к участию в олимпиадах, а также преподавателям физико-математических классов.

Авторы стремились уделить больше внимания нестандартным задачам по геометрии. Олимпиадные задачи по геометрии не требуют громоздких вычислений: как правило, при их решении используются дополнительные построения и геометрические преобразования.

Данный сборник задач является дополнением к ранее изданным пособиям [13 - 15], в которых геометрические задачи рассматривались только эпизодически для демонстрации специальных олимпиадных методов и принципов.

В пособие также включены известные задачи из математического фольклора по алгебре, логике, теории чисел, не вошедшие в ранее изданные «Избранные нестандартные задачи по математике» ч. 1, ч. 2, ч. 3.

Настоящий сборник, как и пособия [13 - 15], может быть использован для подготовки к ЕГЭ профильного уровня.

При составлении сборника использовались материалы из книг, указанных в библиографическом списке.

Пособие отражает опыт проведения занятий с учащимися – призерами олимпиад в лицее № 52 в течение последних десяти лет.

Авторы выражают благодарность заведующему кафедрой высшей математики РГРТУ кандидату физико-математических наук, доценту Бухенскому К.В. за поддержку издания данного пособия.

§ 1. Геометрия

1.1. Планиметрия

1. На стороне OA угла AOB отложены отрезки OC и OK ($|OK| > |OC|$), а на стороне OB – соответственно равные им отрезки OD и OM . Пусть H – точка пересечения прямых CM и DK . Докажите, что точка H лежит на биссектрисе угла AOB .

2. Докажите, что если основание, угол при основании и сумма боковых сторон одного треугольника соответственно равны основанию, углу при основании и сумме боковых сторон другого треугольника, то эти треугольники равны.

3. На одной стороне угла с вершиной O отложены равные отрезки $OA = AB = BC$, а на другой стороне – равные отрезки $OD = DE = EF$. Доказать, что треугольники AEC и DBF равновелики.

4. В окружность с центром O вписан $\triangle ABC$. AD – биссектриса угла A . Пусть O_1 – центр окружности, описанной около треугольника ABD , O_2 – около $\triangle ACD$. Доказать, что AO – биссектриса угла O_1AO_2 .

5. Через вершины A и C прямоугольника $ABCD$ проведена дуга окружности, целиком лежащая внутри прямоугольника. Провести прямую, параллельную AB , пересекающую BC в точке P , AD – в точке Q , а дугу AC – в точке R так, чтобы сумма площадей фигур AQR и CRP была минимальной.

6. Внутри квадрата $ABCD$ выбрана точка K ; из вершин A, B, C и D опускаются перпендикуляры на прямые BK, CK, DK и AK соответственно. Доказать, что эти перпендикуляры пересекаются в одной точке.

7. Две окружности касаются друг друга внутренним образом в точке A . Через точку B внутренней окружности, отличную от A , проведена касательная к этой окружности,

Оглавление

Предисловие.....	3
§ 1. Геометрия.....	4
1.1. Планиметрия.....	4
1.2. Решения, указания, ответы.....	8
1.3. Стереометрия.....	20
1.4. Решения, указания, ответы.....	21
§ 2. Алгебра.....	22
2.1. Уравнения и неравенства.....	22
2.2. Решения, указания, ответы.....	23
2.3. Текстовые задачи.....	26
2.4. Решения, указания, ответы.....	27
2.5. Арифметика, целочисленные задачи, последовательности.....	28
2.6. Решения, указания, ответы.....	30
§ 3. Функции и графики.....	33
3.1. Функции и графики.....	33
3.2. Решения, указания, ответы.....	34
§ 4. Логика, графы.....	35
4.1. Логика, графы.....	35
4.2. Решения, указания, ответы.....	37
Библиографический список.....	39