8-2

16.11.2019г

Олимпиадная работа по математике

ученицы 8 класса МБОУ „Лицей №52"

Поляковой Дианы Сергеевны

Дата рождения: 17.07.2006

Учитель Пардёнова Наталья Юрьевна

1	2	3	4	5	Итого
7	6	7	2	6	28

8-2

№1 $x < 111$ $x \vdots 2$, $x \vdots 3$, $x \vdots 5$ $x \not\vdots 4$

$\Downarrow$

$x \vdots 30$

Получается, x кратно 30, но не кратно 4. $x \neq 0$, т.к. 0 слив нельзя разделить между детьми.

$4 = 2 \cdot 2$. В 30 уже есть 1 двойка, так что при домножении на 2, 4 и т.д. будут получаться числа, не удовлетворяющие условию. Домножать можно только на натуральные числа, чтобы делимость сохранилась. Домножим на 1. $30 \cdot 1 = 30$ – подходит.

Домножим на 3. $30 \cdot 3 = 90$ – подходит

Домножим на 5. $30 \cdot 5 = 150$ – не подходит, т.к. $150 > 111$

Ответ: 30 слив или 90 слив

№2

$y = \frac{x^2-3x}{x} - \frac{2x^2-2}{x^2-1}$

Делить на 0 нельзя

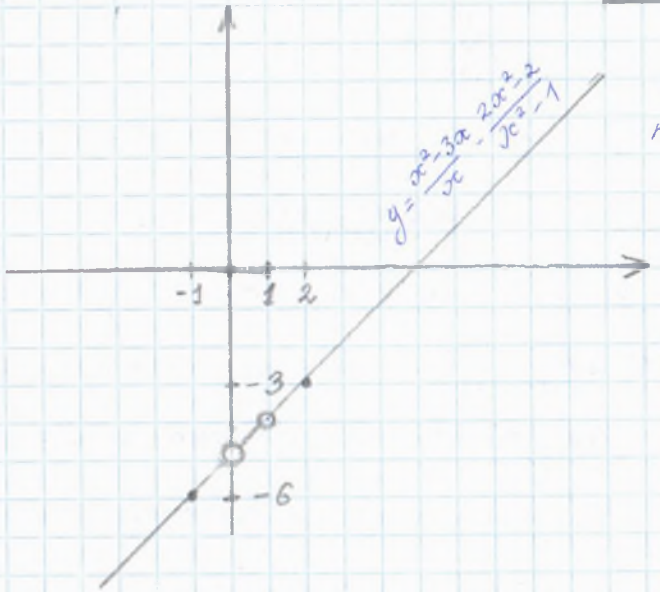
$\Downarrow$

ОДЗ $x \neq 0,\ x \neq 1$

$y = \frac{\cancel{x}(x-3)}{\cancel{x}} - \frac{2\cancel{(x^2-1)}}{\cancel{x^2-1}} = x-3-2 = x-5$

$y = x-5$

x	-1	2
y	-6	3



с координатами точки $(0;-5)$ и $(1;-4)$ не принадлежат графику, т.к. не соответствуют ОДЗ

№5 1 случай: $0 \vdots 17 \Rightarrow$ кто возьмет 0, тот выиграет, а 0 возьмет первый $\Rightarrow$ первый выиграл

2 случай: предположим, что 0 брать нельзя.

Тогда 1-ый берет карточку 1. На 17 делятся числа 17 и 51. Какую бы карточку не взял 2-ой (5 или 7), у 1-ого все равно есть вторая выигрышная карточка

Ответ: первый игрок

№4 $a+b+c=0\ (a\neq 0)$ $\qquad ab+bc+ca$

на a делить можно, т.к. $a\neq 0$

$\frac{a+b+c}{a}=0\ (0:x=0)$

делим почленно (обратная операция приведению к общему знаменателю)

$\frac{a}{a}+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=1+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=$

$=1+\frac{b+c}{a}=0 \Rightarrow \cancel{1+b+c=0}$

$\cancel{1+b+c=a+b+c}$

$\frac{b+c}{a}=-1$

$(b+c)$ и a — противоположны

$b+c=-a$

$a=-b-c$

при домножении или делении двух частей неравенства (или р... на что-либо, ~~отве~~ знак не меняется, а сравнить надо $ab+bc+ca$ и 0, и получится неравенство/равенство

$\frac{ab+bc+ca}{a}=b+c+\frac{bc}{a}$

$1+\frac{b+c}{a}=0$

$b+c+\frac{bc}{a}=$

$=1+b+c+\frac{bc}{a}-1=\frac{bc}{a}-1=\frac{bc}{-b-c}-1=$

$=-\left(\frac{bc}{b+c}+1\right)$

продолжение №4

$-\left(\frac{bc}{b+c}+1\right)$ 1 – положительное число

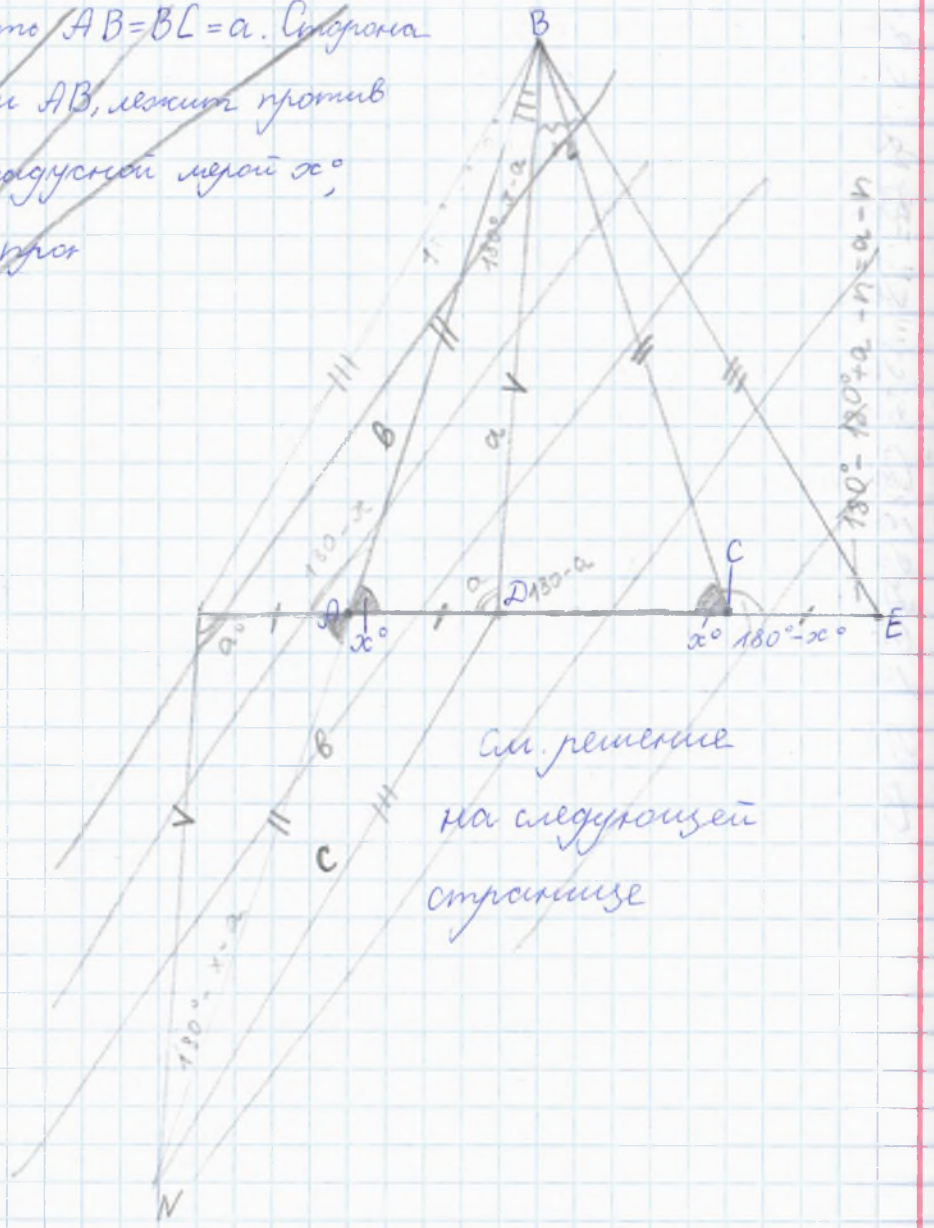
если у b и у c одинаковая положительность (в отрицательное, с отрицательное или в положительное и с положительное), то минусы сокращаются и число становится положительным. Если b – ⊕, а c – ⊖ или наоборот, то минусы тоже сократятся и останется положительное число.

~~А всем к положительному прибавить минус, то оно~~

Может быть и такая ситуация, что $b=0$ или $c=0$ (оба не могут быть равны 0, т.к. $a=-b-c$, $a\neq 0$), в этом случае сумма все равно будет положительной, т.к. 1 – положительное число.

$-\left(\frac{bc}{b+c}+1\right)<0$, ~~что~~ значит $ab+bc+ca<0$, что и требовалось доказать

№3 Пусть $AB=BC=a$. Сторона BC, как и AB, лежит против угла с градусной мерой $x°$, а BE – прот



см. решение на следующей странице

Дано: $\triangle ABC$ - равнобедренный ($AB = BC$)
$AD = CE$

Доказать:

$BD + BE > AB + BC$

Решение:

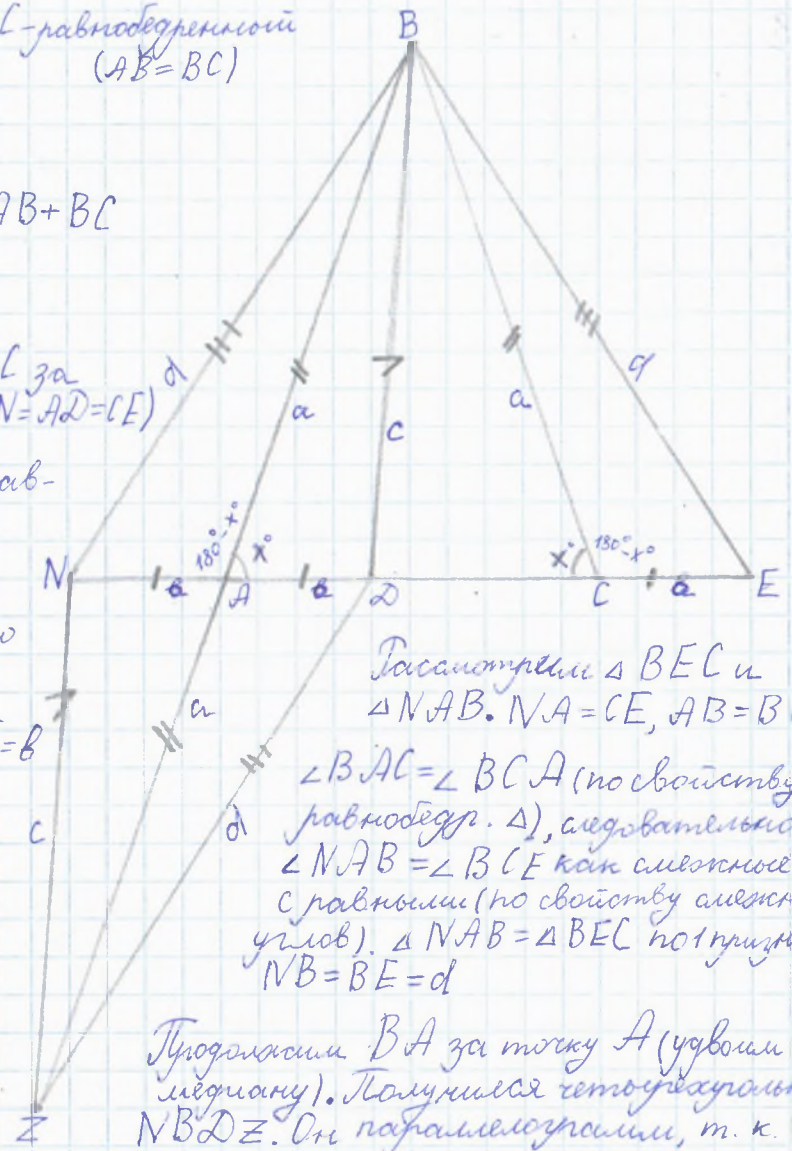
Продлим AC за точку A. ($AN = AD = CE$)

Обозначим равные стороны буквами.

$AB = BC = a$ (по определению равнобедр. $\triangle$)

$AN = AD = CE = b$

$BD = c$



Рассмотрим $\triangle BEC$ и $\triangle NAB$. $NA = CE$, $AB = BC$

$\angle BAC = \angle BCA$ (по свойству равнобедр. $\triangle$), следовательно $\angle NAB = \angle BCE$ как смежные с равными (по свойству смежных углов). $\triangle NAB = \triangle BEC$ по 1 признаку

$NB = BE = d$

Продолжим BA за точку A (удвоим медиану). Получился четырехугольник $NBDZ$. Он параллелограмм, т. к. диагонали точкой пересечения делятся пополам ($BZ = a + a$, $ND = b + b$), это доказано ранее.

Следовательно, $NB = ZD = d$ и $NZ = BD = c$ по свойству параллелограмма.

Рассмотрим $\triangle ZBD$. В нем есть сторона $2a$, сторона c и сторона d.

Согласно неравенству треугольника, сумма двух сторон больше 3-ей стороны, значит $2a < c + d$.

a - это BA или BC, c - это BD, d - это BE.

$BA + BC < BD + BE$, что и требовалось доказать.