ШИФР 9. 39

Дата 28.11.2020

Олимпиадная работа по математике

Ученика (цы) 9„Б" класса школы (гимназии, лицея, интерната) № 11

Аудитория № 10

ФИО Федорова Артема Алексеевича

Дата рождения 31.05.05

Учитель Шульгина Елена Александровна

1/4

ШИФР 9.39

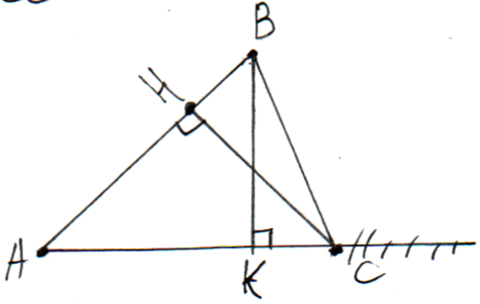
1	2	3	4	5	Всего
2	3	4	5	3	17

Задание 1.

Дано:
$ABC - \triangle$
BK, CH - высоты
$BK \geq AC$
$CH \geq AB$
$AB = 1$

Найти: AC - ?

Решение



Т.к. $CH \geq AB$, то справедливо что $AB \cdot k = CH$, где k - во сколько раз CH больше чем AB тогда ~~ты~~ $S_{\triangle ABC}$ равна

2б

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1 \cdot k) = \frac{k}{2}$

Рассмотрим $\triangle ABK$ и $\triangle ACH$

1) $\angle AKB = \angle AHC$ - по условию

2) $\angle A$ - общий

Вывод: $\triangle ABK \sim \triangle ACH$, тогда

$\frac{AC}{AB} = n$ где n - коэффициент подобия

также $\frac{BK}{CH} = n$. тогда $S_{\triangle ABC}$ равна

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BK \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot (1 \cdot k \cdot n) \cdot (1 \cdot n)$

Площадь мы знаем из предыдущих вычислений

$\frac{1}{2} \cdot kn \cdot n = \frac{k}{2}$

$n^2 \cdot \frac{k}{2} = \frac{k}{2}$

$n^2 = \frac{k}{2} : \frac{k}{2}$

продолж. зад. 1.

$$n^2 = \frac{k}{2} \cdot \frac{2}{k}$$

$$n^2 = 1$$

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = -1$$

Отрицательное значение ~~на~~ n невозможно т.к тогда сторона будет отрицательной, что невозможно

$n = 1$, тогда

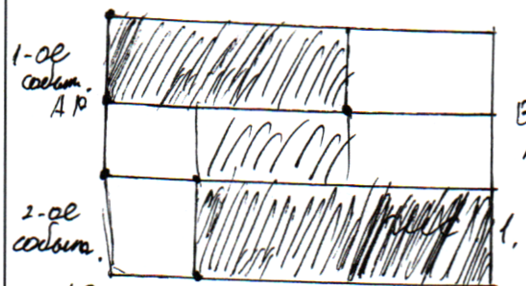
$\frac{AC}{AB} = 1$; $\frac{AC}{1} = 1$

$AC = 1 \cdot 1$

$AC = 1$

Ответ: ~~AC~~ 1

Задание 3



На рисунке AB – 100%, ~~нуж~~ чтобы решить эту задачу визуализируем вероятность каждого события, а затем найдем их минимальное пересечение и сравним с данными на в условии. ~~на~~ Мы знаем что первое событие выполняется с вероятностью $\frac{3}{5}$, значит мы закрашиваем (заштрихуем) $\frac{3}{5}$ ~~на~~ во верхнего прямоугольника.
Второе событие выполняется с вероятностью $\frac{4}{5}$. Чтобы получить минимальное пересечение надо ~~вставить~~ часть вероятность взять из вероятности не выполнения 1-ого события (которая равна $1 - 0{,}6 = 0{,}4$ или $\frac{2}{5}$. Оставшаяся часть будет являтся пересечением.

ШИФР 9.39

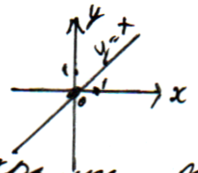
4

продолж. зад. 3

Тогда $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$ (это ~~м~~ вероятность исполнения двух событий одновременно, при наихудшем раскладе.) значит мин. пересечение равно $\frac{2}{5}$, что и требовалось доказать.

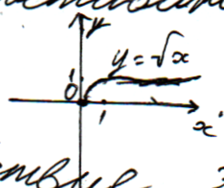
Задание 4

Биссектриса III и I четверти является $y = x$. Выглядит она так:



Но по условию нам это не подходит, т. к это прямая. К тому же здесь есть и III ч., которая нам не нужна. Избавится от III четверти ~~мо~~ можно только если область значений y x будет от 0 до $+\infty$ $([0; +\infty))$. Это можно сделать с помощью корня (в нем недопустимы ~~от~~ ~~отр~~ отрицательные значения.

Но если мы просто поставим $\sqrt{\ }$ то получится $y = \sqrt{x}$ и график

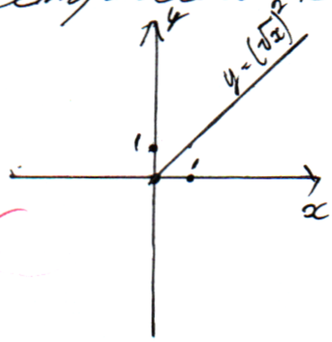


Но у корня имеется противоположное действие, это степень. Однако степень должно быть не в корне, а за корнем. т.к. если бы она было в корне то x могло бы быть отр. значит $y = (\sqrt{x})^2$

продол. зад. 4

А так $(\sqrt{x})^2 = x$, то мы сделали уравнение которое является биссектрисой I, но не имеет отр. значений

$y = (\sqrt{x})^2 = |x|$



Ответ: $y = (\sqrt{x})^2$ 5б

Задание 5

$x^2 - y^2 = 2019$

$(x+y)(x-y) = 2019$

Первый вывод, который можно сделать, это то что а) ~~не~~ оба множителя положительные

б) оба множителя отрицательные.

Теперь найдем множители числа 2019

$$\begin{array}{r|l} 2019 & 3 \\ 673 & 673 \\ 1 & \end{array}$$

Значит 2019 мы можем получить если

а) $3 \cdot 673 = 2019$

б) $(-3) \cdot (-673) = 2019$

Рассмотрим случай (а)

$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 673 \end{cases}$ или $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 673 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3 - y \\ 3 - 2y = 673 \end{cases}$

$-2y = 670$

$y = -335$

$x = 3 + 335$

$x = 338$

Ответ: $338; -335$

$\begin{cases} x = 3 + y \\ 3 + 2y = 673 \end{cases}$

$y = 335$

$x = 3 + 335$

$x = 338$

Ответ: $338;$ ~~+3~~ 335

ШИФР 9.39

продолжение зад. 5.

Случай (б)

$\begin{cases} x+y=-3 \\ x-y=-673 \end{cases}$ или $\begin{cases} x-y=-3 \\ x+y=-673 \end{cases}$

$\begin{cases} x=-3-y \\ -3-2y=-673 \end{cases}$

$-2y=-670$

$y=335$

$x=-3-335$

$x=-338$

Ответ: $-338; 335$

$\begin{cases} x=y-3 \\ 2y-3=-673 \end{cases}$

$2y=-670$

$y=-335$

$x=-335-3$

$x=-338$

Ответ: $-338; -335$

Значит уравнение ~~у~~ $x^2-y^2=2019$ имеет 4 целых решения

Ответ: $(-338; 335); (-338; -335); (338; -335); (338; 335)$