

ШИФР 9.10

Дата 28.11.2020

Олимпиадная работа по математике

Ученика (цы) 9А класса школы (гимназии, лицея, интерната) № 19(25)

Аудитория № 19

ФИО Соломонова Тетра Алексеевна

Дата рождения 25.04.2005

Учитель Денисова Виктория Владимировна

Шифр	1	2	3	4	5	Сумма
	2	3	4	5	3	17

ШИФР 9.10

Задача 5

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = 2019$$

$x$  и  $y$  - целые числа  $\Rightarrow x - y$

и  $x + y$  тоже

$$2019 : 3 = 673$$

673 простое, поэтому  $y$  не может делиться на 3. Проверим 673 на простоту

$$\begin{array}{r} 673 \overline{) 1224,3} \\ \underline{6} \\ 67 \\ \underline{6} \\ 13 \\ \underline{12} \\ 1 \end{array}$$

значит нам нужно проверить простые числа вплоть до 23

$673 : 5 ; 7 ; 11 ; 673 : 11$  тогда проверять

нужно до  $673 \overline{) 66}$  до 61

$673 : 13 ; 17 ; 19 ; 673 \overline{) 13}$  значит проверим

21 до  $673 \overline{) 63}$  до 33  $673 \overline{) 46}$  не кратно

$673 \overline{) 31}$  не кратно, не кратно 25 и 27

$673 \overline{) 53}$  не кратно

$673 \overline{) 58}$  не кратно

$$\begin{array}{r} 673 \overline{) 31} \\ \underline{22} \end{array}$$

теперь мы докажем, что 673 - простое число, тогда

$$\begin{cases} x+y=673 \\ x-y=3 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=673 \end{cases}$$

ШИФР 9.10

$$2x=676$$

$$x=338$$

$$y=673-338$$

$$y=335$$

$$2x=676$$

$$x=338$$

$$y=3-338$$

$$y=-335$$

по аналогии

$$\begin{cases} x+y=-673 \\ x-y=-3 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-673 \end{cases}$$

Тогда  $x=-338$ ,

$$\text{и } y=\pm 335$$

Проверим пары

~~$$x=338$$~~

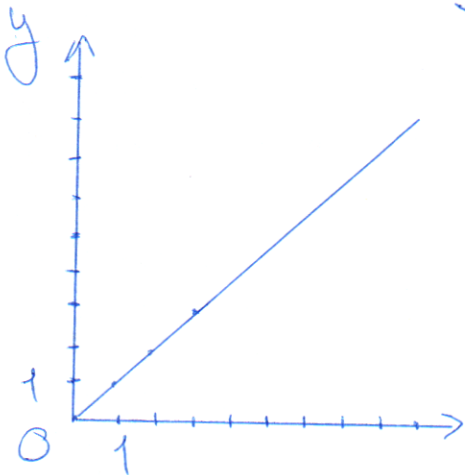
$$\begin{array}{r} 338 \\ \times 338 \\ \hline 2704 \\ 1014 \\ \hline 114244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 335 \\ \times 335 \\ \hline 1675 \\ 1005 \\ \hline 112225 \end{array}$$

$$x^2 - y^2 = 114244 - 112225 = 2019, \text{ 2. м. г.}$$

Ответ:  $(338; 335); (338; -335); (338; 335); (-338; -335)$

Задача 4



Биссектриса  
равностороннего угла от  
начала, значит она делит  
угол, поэтому у функции  
будут точки  $(0,0)$   $(1,1)$   
 $(2,2)$  и т.д. но не

с отрицательными координатами,  
т.к. нам нужна только I четверть.  
Знабы при отриц.  $x$  и  $y$  нас не было  
значения, нам нужно доказать  
 $x$  по карен, но знабы  $y$  был  
положительен, возвести за функцию

в квадрате, получим  $y = (\sqrt{x})^2$   
 $x \geq 0$ , т.к. стоит под корнем

ШИФР 9.10

Построим график  
 Как мы видим, точки графика  
 равноудалены от осей,  
 находится в I четверти и  
 начало координат, а значит  
 мы построили дугу.

x	0	1	2	3	-1	-2	...
y	0	1	2	3	-	-	-

Ответ:  $y = (\sqrt{x})^2$  55

### Задача 3

Вероятность того, что событие не  
 произойдет -  $\frac{2}{5}$ , а событие -  $\frac{1}{5}$   
 Макс. вероятность того, что это-то  
 не произойдет -  $\frac{5}{5}$ . Вероятность того,  
 что  $\{u_1, u_2\}$  не произойдет -  
~~Наибольшая вероятность~~  
~~пересечения событий будет~~  
 Наибольшая вероятность  
 пересечения событий будет  
 достижима, если не будет  
 успеха, тогда, что ничего не  
 произойдет.

Вероятность того, что один из  
 4 случаев произойдет (1, 2, 1 и 2, <sup>нигде</sup>)  
 $\frac{5}{5}$ , обозначим  $\frac{5}{5}$  за S, вер-ть того за S<sub>1</sub>

вер-ть <sup>уже произойдет</sup> 200 за  $S_2$ , вер-ть <sup>уже произойдет</sup> 142 за  $S_1$ ,  
и вер-ть <sup>уже произойдет</sup> ничего за  $S_0$

Тогда  $S = S_1 + S_2 + S_0 + S_{12} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + S_{12} + 0$   
 $S_0 = 0$ , потому что  $S_0$  - пересечение  $S_1$  и  $S_2$ . Тогда  $S_{12} = \frac{2}{5}$ , если же будет шанс, что оба события не произойдут, перед  $S_0$  мы сможем рассмотреть минус (т.к.  $S_0$  - пересечение  $S_1$  и  $S_2$ ), а значит  $S_{12}$  будет еще больше, чем  $\frac{2}{5}$ , т.м.г. 3

Задача 1  

$$S_{\triangle ABC} = \frac{BK \cdot AC}{2} = \frac{CH \cdot AB}{2}$$

$AB = 1$   $CH \geq AB \Rightarrow CH \geq 1$ , тогда

$$S = \frac{CH \cdot AB}{2} = \frac{CH \cdot 1}{2} = \frac{CH}{2} \geq \frac{1}{2}$$
 , но 2d

$$S = \frac{BK \cdot AC}{2}$$
  $BK \geq AC \Rightarrow S \geq \frac{AC \cdot AC}{2} \geq \frac{1}{2}$

$\frac{AC^2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 1$

Ответ:  $AC = 1$

Если  $CH = AB = 1$ ,  $S = \frac{1}{2}$ , т.е. мин зн-е  $S = \frac{1}{2}$ , но также мин зн-е  $S$  если  $BK = AC$ , но тогда  $\frac{AC^2}{2} = \frac{1}{2}$ , а  $AC = 1$



## Задача 2

ШИФР

9.10

Процессия строго возрастает,  
 поэтому  $a = a$ ,  $b = a + n$ ,  $c = a + 2n$ ,  
 подставим в уравнение:

$$ax^2 + (a-n)x + a+2n = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (a-n)^2 - 4a(a+2n) = (a^2 + 2an + n^2) - \\ &- 4a^2 - 8an = (a^2 - 2an + n^2) - 4a^2 - 4an = \\ &= (a-n)^2 - 4a^2 + 4an - 8an = (a-n)^2 - 4a(a-n) - \\ &- 8an = (a-n)(a-n-4a) - 8an = \\ &= \cancel{a} (a-n)(-n-3a) - 8an, \end{aligned}$$

Теперь представим коэф. иначе

$$a = a-n \quad b = a \quad c = a+n$$

$$\text{Итого } (a-n)x^2 + ax + a+n = 0$$

$$\begin{aligned} D &= a^2 - 4(a-n)(a+n) = a^2 - 4(a^2 - n^2) = \\ &= (a - 2\sqrt{(a-n)(a+n)}) (a + 2\sqrt{(a-n)(a+n)}) \end{aligned}$$