ШИФР 9.69

Дата 28.11.2020

Олимпиадная работа по математике

Ученика (цы) 9А класса школы (гимназии, лицея, интерната) № 3

Аудитория № 10

ФИО Соловьева Андрея Викторовича

Дата рождения 01.03.2005

Учитель Назаркина Г.Н.

ШИФР 9.69

1	2	3	4	5	Всего
2	3	~~4~~	~~5~~ 6	3	17

Очч-

№ 5

Решение: имеем уравнение $x^2-y^2=2019$. Преобразуем его: $(x+y)(x-y)=2019$

Теперь найдем делители числа 2019, т.к. в уравнении у нас произведение. Во-первых, это 1 и 2019. Во-вторых, по признаку делимости на 3 это 3 и 673.

Составим ~~две~~ системы уравнений и решим их.

$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2019 \end{cases}$ + и $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=673 \end{cases}$ +

обе ситуации, 2 пары

$\Downarrow$ $\qquad$ $\Downarrow$

$2x=2020 \Rightarrow$ $\qquad$ $2x=676 \Rightarrow$

$x=1010 \Rightarrow$ $\qquad$ $x=338 \Rightarrow$

$y=-1009$ $\qquad$ $y=-335$

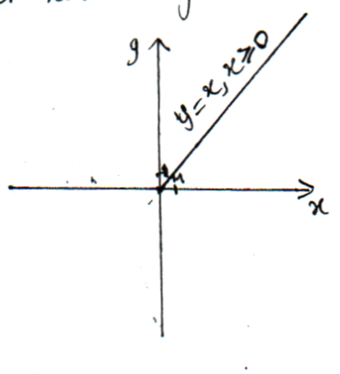
Получаем два ответа в целых числах – $(1010;-1009)$ и $(338;-335)$

Ответ: $x_1=1010, y_1=-1009$; $x_2=338, y_2=-335$.

№ 4

Решение: мы знаем, что биссектриса равноудалена от всех точек угла $\Rightarrow$ её абсцисса и ордината на графике равны $\Rightarrow y=x$

Но график $y=x$ является биссектрисой не только I, но и III четверти, что не подходит нам по условию. Значит, ~~искомое уравнение~~ – $y=x$, при $x\geq 0$!



~~Ответ: $y=x, x\geq 0$~~

~~Также~~ Тогда можно составить ~~выраже~~ уравнение, где x не может быть меньше 0 по области определения, т.к. стоит под корнем –

$y=(\sqrt{x})^2 \Rightarrow$ это искомое уравнение.

Ответ: $y=(\sqrt{x})^2 = \{x\}, x\geq 0$

~~5~~ 6

см. лист 3

ШИФР 9.69

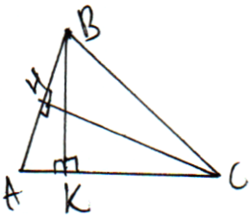
№3

4

Решение: раз вероятность одного события равна $\frac{3}{5}$, а другого — $\frac{4}{5}$, то вероятность того, что произойдет хотя бы одно событие — $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$. ~~Вероятность не может быть больше~~ 1, значит $\frac{7}{5}-\frac{5}{5}=\frac{2}{5}$ — это вероятность того, что произойдут 2 события сразу — мы доказали, что вероятность пересечения событий не меньше $\frac{2}{5}$.

№1

Дано:



$AB = 1$

$BK \geq AC$

$CH \geq AB$

AC — ?

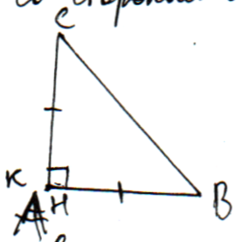
Решение: Рассмотрим $\triangle ABK$ и $\triangle ACH$.
Т.к. они прямоугольные, то $AB > BK$ и $AC > CH$ —
Имеем, что

$AC > CH \geq AB > BK$ — при соблюдаемом условии $CH \geq AB$, $BK \geq AC$ — не соблюдается

или

$AB > BK \geq AC > CH$ — при соблюдаемом условии $BK \geq AC$, $CH \geq AB$ — не соблюдается $\Rightarrow$ такого треугольника, в котором высоты (не совпад. со сторонами) и больше или равны сторонам $\triangle$, к которым они опущены, не существует. Значит, нам нужен $\triangle$, в котором стороны и высоты совпадают.

Однако мы имеем единственный $\triangle$, в котором соблюдаются эти условия ~~соблюдаются~~ — равнобедренный прямоугольный $\triangle$, где не образуется треугольников $\triangle ABK$ и $\triangle ACH$, и высоты совпадают со сторонами (AB совпадает с BK, AC совпадает с CH)



2 б

в таком $\triangle$ $AB = AC \Rightarrow AC = 1$.

Ответ: $AC = 1$

см. лист 4

ШИФР 9.69

№2

$ax^2+bx+c=0$

$D=b^2-4ac$; по условию уравн. имеет решение $\Rightarrow b^2-4ac\geq 0 \Rightarrow b^2\geq 4ac$

т.к. у нас арифм. прогрессия, то выразим b и c через a

$b=a+1,\ c=a+2 \Rightarrow a^2+2a+1\geq 4a^2+8a \Rightarrow -3a^2-6a+1\geq 0 \Rightarrow 1\geq 3a(a-2) \Rightarrow$

Выражение верно только при $a=0;\ a=1;\ a=2$, но само уравнение ~~верх~~ имеет решения только при $a=0$, где $0x^2+x+2=0 \Rightarrow x=-2$ — $x\not<-2$