ШИФР 10.44

Дата 28.11.2020

Олимпиадная работа по математике

Ученика (цы) 10 класса школы (гимназии, лицея, интерната) № 68

Аудитория № 22

ФИО Коненков Игорь Валерьевич

Дата рождения 11.07.2004

Учитель Егорова Ирина Валентиновна

1	1	2	3	4	5	итог
	2	3	4	0	6	15

ШИФР 10.44

№1. $(1;1) \Rightarrow x=1;\ y=1$

$y=ax+b$ проходит через $(1;1) \Rightarrow 1=a\cdot1+b$

Аналогично $1=b+c$ и $1=c+a$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ b+c=1 \\ c+a=1 \end{cases}$$

Сложим все уравнения системы

$a+b+b+c+c+a=1+1+1$

$2a+2b+2c=3$

$a+b+c=1,5$

По очереди вычтем из этого уравнения каждое уравнение системы

$a+b+c-a-b=1,5-1$

$c=0,5$

$a+b+c-b-c=1,5-1$

$a=0,5$

$a+b+c-a-c=1,5-1$

$b=0,5$

Вернёмся к системе.

$$\begin{cases} a=0,5 \\ b=0,5 \\ c=0,5 \end{cases}$$

Ответ: $a=b=c=0,5$.

№2. $x^2+px+q>0$ при любом x только тогда, когда $a>0$ (здесь $a=1$) и дискриминант <0.

$D<0 \Rightarrow p^2-4q<0$

$p^2<4q$

$4q>p^2$

$q>\frac{p^2}{4}$

$\left.\begin{matrix} q>\frac{p^2}{4} \\ p^2\geq0 \Rightarrow \frac{p^2}{4}\geq0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow q>0$

Ответ: при $q>0$.

ШИФР 10.44

№5. $20x+19y=2020$

$20x+19y=1900+120$

$20x-120+19y-1900=0$

$20(x-6)+19(y-100)=0$

$20(x-6)=-19(y-100)$

Числа 20 и -19 взаимно простые, значит $x-6$ кратно -19 (т.к. уравнение нужно решить в целых числах)

Аналогично $y-100$ кратно 20.

$y-100$ кратно $20 \Rightarrow y$ можно представить как $20k+100$.

Подставим $y=20k+100$ в исходное уравнение:

$20x+19(20k+100)=2020$

$20(x+19(k+5))=2020$

$x+19(k+5)=101$

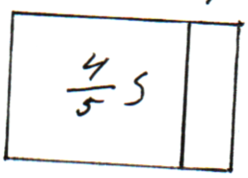
$x+19k+95=101$

$x=-19k+6$

6б

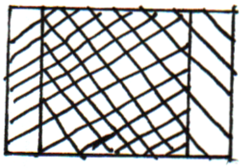
Получаем, что решением уравнения является бесконечное количество пар чисел $\begin{cases} x=-19k+6 \\ y=20k+100 \end{cases}$, где k – целое число.

№3. Задачу можно решить графически: пусть вероятность каждого из событий равна $\frac{4}{5}$ ~~то есть~~ площади ~~квадрата~~ прямоугольника площади S.



Найдём минимальную вероятность пересечения всех событий. Для наименьшей площади пересечения двух событий нужно, очевидно максимально расположить его на свободной площади.

ШИФР 10.44



/// – первое событие

\\\ – второе событие

Каждое по $\frac{4}{5}S$.

Они пересекаются на $\frac{4}{5}S-(S-\frac{4}{5}S)=\frac{3}{5}S$, следовательно $\frac{2}{5}S$ не пересекаются.

Третье событие, для минимального пересечения с первыми двумя, нужно сначала располагать на участках, на которых не пересекаются два события ($\frac{2}{5}S$), а затем уже на участке пересечения ($\frac{4}{5}S-\frac{2}{5}S=\frac{2}{5}S$).

Получается что минимально все три события пересекаются на площади $\frac{2}{5}S$, то есть с вероятностью $\frac{2}{5}$ => вероятность пересечения событий $\geqslant \frac{2}{5}$.